باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۴ / ۰۶/ ۰۵**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت **شهریور ماه** سال **۱۳۹۴**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید : الف) اگر مجموعه A دارای زیر مجموعه سره نباشد، در این صورت مجموعه A برابر ..... است. ب) نقطه ای مانند x را به طور تصادفی در بازه (۱،۴) انتخاب می کنیم. احتمال اینکه $۲ < x < ۳$ باشدبرابر..... است.	۰/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید $۷^n - ۱$ بر ۶ بخش پذیر است.	۱/۵
۳	کدام یک از احکام زیر درست است؟ احکام درست را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست یک مثال نقض بیاورید. الف) اگر $x > ۲$ ، آنگاه $x > \frac{۵}{۲}$ ب) اگر x و y هر دو گویا باشند، آنگاه $x + y$ گویا است.	۱/۲۵
۴	با استفاده از استدلال بازگشتی، ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی کوچکتر یا مساوی نصف مجموع مربع های آن ها است.	۱
۵	با استفاده از استدلال برهان خلف، ثابت کنید که با فرض صحیح بودن n ، اگر $n^۲$ زوج باشد، n نیز زوج است.	۰/۷۵
۶	مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۲ مفروض است. پنج نقطه را داخل مثلث در نظر می گیریم. نشان دهید حداقل دو نقطه وجود دارند که فاصله آن ها کمتر از ۱ است.	۱
۷	مجموعه های $A = \{\emptyset, ۲\}$ و $B = \{\emptyset, \{۲\}\}$ مفروض اند : الف) مجموعه A-B را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) مجموعه توانی A را با نوشتن عضوها مشخص کنید.	۰/۷۵
۸	با استفاده از قوانین جبرمجموعه ها ثابت کنید : $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$	۱
۹	مجموعه های $A = \{۲k + ۱ \mid k \in Z, -۲ < k \leq ۰\}$ و $B = \{x \mid x \in N, x^۲ \leq ۲\}$ را در نظر بگیرید. الف) مجموعه های A و B را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) مجموعه های $B^۲$ و $A \times B$ و $(A \times B) \cap B^۲$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵
۱۰	رابطه $R = \{(a,b) \mid a^۲ \leq b\}$ روی مجموعه $A = \{۱,۲,۵\}$ تعریف شده است، کدام یک از گزینه های زیر **نادرست** است؟ الف) ۱ R ۲ ب) ۵ R ۲ ج) $(۵,۱) \notin R$ د) $(۲,۱) \in R$	۰/۵
۱۱	رابطه R روی مجموعه Z به صورت زیر تعریف شده است: $mRn \Leftrightarrow m^۲ + n = n^۲ + m$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی [۳] را مشخص کنید.	۱/۵
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

باسمه تعالی

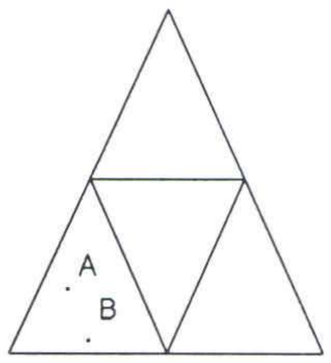
سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۴ / ۰۶/ ۰۵**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت **شهریور ماه** سال **۱۳۹۴**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	اگر A وB دو پیشامد معین باشند، پیشامد **" پیشامد A و پیشامد B هر دو باهم اتفاق بیفتد"**را با یک عبارت مجموعه ای مناسب بنویسید و آن را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.	۰/۵
۱۳	هر یک از اعداد طبیعی فرد کوچکتر از ۱۲ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها یکی را به طور قرعه برمی داریم. مطلوب است: الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت بر ۳ بخش پذیر باشد. ج) پیشامد B که عدد روی کارت عددی اول و بزرگتر از ۵ باشد.	۱/۵
۱۴	از یک جعبه محتوی ۴ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب، ۳ لامپ به طور تصادفی بیرون می آوریم. مطلوب است احتمال آن که : الف) هر سه لامپ سالم باشد. ب) حداقل دو لامپ سالم باشد.	۱/۵
۱۵	سکه سالمی را ۱۵ بار پرتاب می کنیم، احتمال آنکه ۷ بار برآمد سکه رو باشد چقدر است؟(ساده کردن جواب الزامی نیست.)	۱
۱۶	تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد کوچکتر از ۴ ، سه برابر احتمال وقوع هر عدد بزرگتر یا مساوی ۴ است. اگر در یک پرتاب این تاس، A پیشامد وقوع عددی زوج باشد، $P(A)$ را بیابید.	۱/۵
۱۷	دو عدد حقیقی x و y را در بازه [۱ , ۱-] به تصادف انتخاب می کنیم، مطلوب است احتمال آنکه $x^۲ + y^۲ \leq ۱$ باشد.	۱/۵
۱۸	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S داریم : $P(A) = P(B) = ۱$ ، نشان دهید: $P(A \cap B) = ۱$	۱/۲۵
	« موفق باشید »	جمع نمره ۲۰

باسمه تعالی

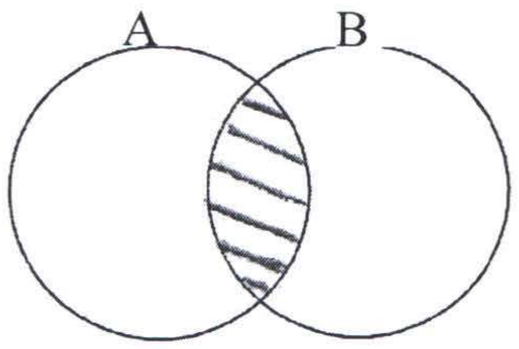
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشتهٔ : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۰۶/۰۵ / ۱۳۹۴**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **شهریور ماه** سال **۱۳۹۴**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $A = \emptyset$ (۰/۲۵) ص ۴۱ ب) $\frac{۱}{۳}$ (۰/۲۵) ص ۱۰۹	۰/۵
۲	(۰/۲۵) که بر ۶ بخش پذیر است پس درست است. آزمون استقراء : $P(۱) : ۷^{۱}-۱=۶=۶\times ۱$ ص ۱۵ فرض استقراء : $P(K) : ۷^{k}-۱=۶a \quad , k\in N$ (۰/۲۵) حکم استقراء : $P(K+۱): ۷^{k+۱}-۱=۶a'$ (۰/۲۵) طرفین فرض استقراءرا در۷ ضرب می کنیم. : اثبات $\Rightarrow ۷(۷^{k}-۱)=۷\times ۶a$ (۰/۲۵) $۷^{k+۱}-۷=۷\times ۶a \rightarrow ۷^{k+۱}-۱-۶=۷\times ۶a$ (۰/۲۵) $\rightarrow ۷^{k+۱}-۱=۶(۷a+۱)$ (۰/۲۵) $=۶a'$ بنابراین حکم برقرار است.	۱/۵
۳	الف) نادرست (۰/۲۵) - ارائه مثال نقض (۰/۲۵) ص ۲۸ ب) ص ۲۷ فرض : $\begin{cases} x=\frac{a}{b} \\ y=\frac{c}{d} \end{cases} \quad a,b,c,d\in Z\ ,(b,d\neq ۰)$ $x+y=\frac{a}{b}+\frac{c}{d} \quad (۰/۲۵)=\frac{ad+bc}{bd} \quad (۰/۲۵)$ صورت ومخرج کسرعددی صحیح است و $bd\neq ۰$ در نتیجه $x+y$ گویا است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۴	$a.b\leq \frac{a^{۲}+b^{۲}}{۲}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^{۲}+b^{۲}-۲ab\geq ۰$ (۰/۲۵) ص ۲۸ $\Leftrightarrow (a-b)^{۲}\geq ۰$ (۰/۲۵) به یک رابطه بدیهی رسیدیم و چون همه ی روابط برگشت پذیر است در نتیجه حکم برقرار است. (۰/۲۵)	۱
۵	فرض کنیم n فرد باشد: $n=۲k+۱$ (۰/۲۵) ص ۲۸ $n^{۲}=(۲k+۱)^{۲}=۴k^{۲}+۴k+۱$ (۰/۲۵) $=۲(۲k^{۲}+۲k)+۱$ $n^{۲}$ فرد می شود که خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است.	۰/۷۵
۶	سطح مثلث را به ۴ مثلث مساوی تقسیم می کنیم. ۴ مثلث را ۴لانه و ۵ نقطه را ۵کبوتر در نظر می گیریم(۰/۲۵) بنابر اصل لانه کبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مثلث های کوچک تعلق دارند. (۰/۲۵) طول هر ضلع مثلث کوچک $\frac{۱}{}$ می باشد .بنابر این حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\frac{۱}{}$ است. (۰/۲۵)  رسم شکل (۰/۲۵) ص ۳۳	۱

« ادامه راهنما در صفحه دوم »

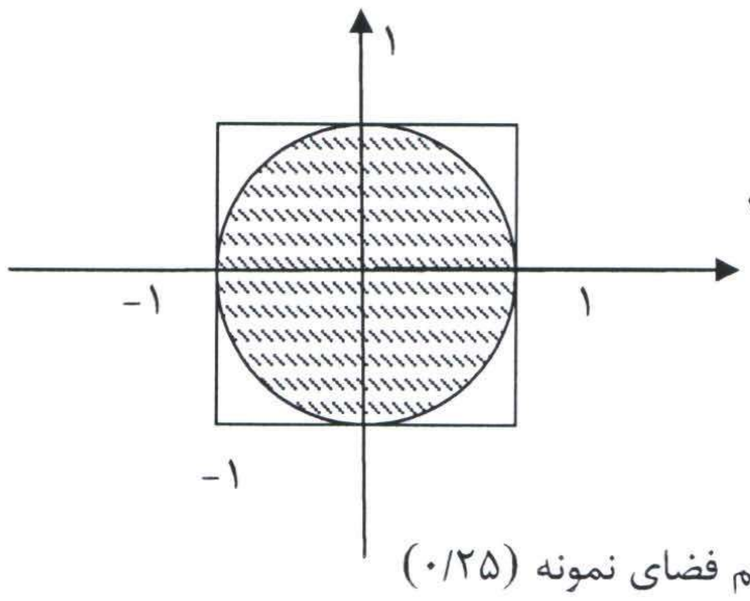
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشتهٔ : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۰۶/۰۵ / ۱۳۹۴**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **شهریور ماه** سال **۱۳۹۴**		مرکز سنجش آموزش و پرورش **http://aee.medu.ir**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	الف) $A - B = \{ ۲ \}$ (۰/۲۵) ص ۵۶	۰/۲۵
	ب) $P(A) = \{ \varnothing , \{\varnothing\} , \{۲\} , A \}$ (۰/۵) (هر دو عضو مجموعه (۰/۲۵)) ص ۴۱	۰/۵
۸	$A - (B \cap C) = A \cap (B \cap C)' (۰/۲۵) = A \cap (B' \cup C') (۰/۲۵)$ ص ۵۷ $= (A \cap B') \cup (A \cap C') (۰/۲۵) = (A - B) \cup (A - C) (۰/۲۵)$	۱
۹	الف) $A = \{-۱ , ۱\}$ (۰/۲۵) $B = \{۱\}$ (۰/۲۵) ص ۶۱ ب) $B^۲ = \{ (۱,۱) \}$ (۰/۲۵) , $A \times B = \{ (-۱ , ۱), (۱ , ۱) \}$ (۰/۵) $(A \times B) \cap B^۲ = \{ (۱,۱) \}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۰	گزینه « د » نادرست است. (۰/۵) ص ۶۶	۰/۵
۱۱	الف) بازتابی : $\forall m \in Z : mRm \Leftrightarrow m^۲ + m = m^۲ + m$ برقرار است. (۰/۲۵) تقارنی : $mRn \Longrightarrow m^۲ + n = n^۲ + m \Longrightarrow n^۲ + m = m^۲ + n \Longrightarrow nRm$ (۰/۲۵) تعدی : $\begin{cases} mRn \Longrightarrow m^۲ + n = n^۲ + m \\ nRt \Longrightarrow n^۲ + t = t^۲ + n \end{cases}$ (۰/۲۵) ص ۶۶ باجمع طرفین تساوی $\Longrightarrow m^۲ + t = t^۲ + m \Longrightarrow mRt$ (۰/۲۵) بنابر این R یک رابطه هم ارزی است. ب) $[۳] = \{x \in Z \mid xR۳\}$ (۰/۲۵) $x^۲ + ۳ = ۳^۲ + x$ (۰/۲۵) $\Longrightarrow x^۲ - x - ۶ = ۰$	۱/۵
۱۲	ص ۸۱  (۰/۲۵) $A \cap B$ (۰/۲۵)	۰/۵
۱۳	الف) $S = \{ ۱ , ۳ , ۵ , ۷ , ۹ , ۱۱ \}$ (۰/۵) ص ۸۳ ب) $A = \{ ۳ , ۹ \}$ (۰/۵) ج) $B = \{ ۷ , ۱۱ \}$ (۰/۵)	۱/۵
	« ادامه راهنما در صفحه سوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشتهٔ : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۰۶/۰۵ / ۱۳۹۴**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **شهریور ماه** سال **۱۳۹۴**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	الف) $n(s) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۳!\times ۶!} = ۸۴$ (۰/۲۵) $n(A) = \binom{۴}{۳}$ (۰/۲۵) ص ۸۷ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{۴}{۳}}{۸۴}$ (۰/۲۵) $= \frac{۴}{۸۴} = \frac{۱}{۲۱}$ ب) $n(B) = \binom{۴}{۲}\times\binom{۵}{۱}(۰/۲۵) + \binom{۴}{۳}(۰/۲۵) = ۳۴$ $p(B) = \frac{۳۴}{۸۴}$ (۰/۲۵) $= \frac{۱۷}{۴۲}$	۱/۵
۱۵	ص ۹۱ $P\left(\text{۷بار رو بیاید}\right) = \frac{\binom{۱۵}{۷}(۰/۲۵)}{۲^{۱۵}(۰/۲۵)}$ (۰/۵)	۱
۱۶	ص ۹۹ $\begin{cases} P(۱) = P(۲) = P(۳) = ۳\omega \\ P(۴) = P(۵) = P(۶) = \omega \\ A = \{۲,۴,۶\} \end{cases}$ (۰/۵) $P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱$ (۰/۲۵) $\Longrightarrow ۱۲\omega = ۱$ $\Longrightarrow \omega = \frac{۱}{۱۲}$ (۰/۲۵) $P(A) = P(۲) + P(۴) + P(۶)$ (۰/۲۵) $= \frac{۳}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۵}{۱۲}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۷	ص ۱۰۲ و ۱۰۸ مساحت مربع به ضلع ۲ $a_S = ۲\times ۲ = ۴$ (۰/۲۵) مساحت دایره ای به شعاع ۱ $a_A = \pi R^۲ = \pi\times ۱ = \pi$ (۰/۲۵) $P(A) = \frac{aA}{aS}$ (۰/۲۵) $= \frac{\pi}{۴}$ (۰/۲۵)  رسم فضای نمونه (۰/۲۵) رسم پیشامد (۰/۲۵)	۱/۵
۱۸	می دانیم : $P(A\cap B) \le ۱$ (۰/۲۵) می دانیم : $P(A\cup B) \le ۱$ (۰/۲۵) $\Longrightarrow P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \le ۱$ (۰/۲۵) $\Longrightarrow ۱ + ۱ - P(A\cap B) \le ۱ \Longrightarrow P(A\cap B) \ge ۱$ (۰/۲۵) بنابراین : $P(A\cap B) \le ۱$ و $P(A\cap B) \ge ۱ \Longrightarrow P(A\cap B) = ۱$ (۰/۲۵) ص ۱۲۱	۱/۲۵
	« موفق باشید » **جمع نمره**	**۲۰**

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.